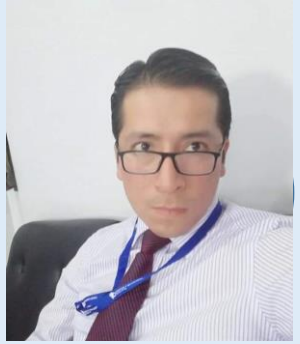


Profesor:
Max Cantoral

PITAGORAS
ACADEMIA

RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

GRUPO PITÁGORAS

PITAGORAS
ACADEMIA

TEMA:

INDUCCIÓN

Objetivo

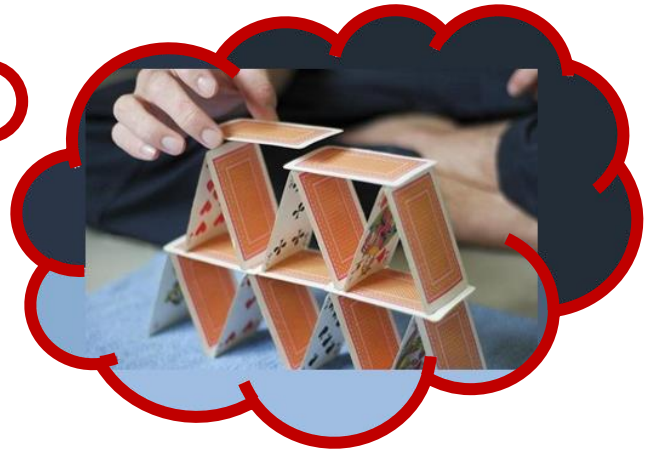
Aprender a reconocer en que situación se puede aplicar un razonamiento inductivo.

Desarrollar nuestra destreza para relacionar valores numéricos encontrando su criterio de formación.

PITAGORAS ACADEMIA

RAZONAMIENTO INDUCTIVO

¿Con una baraja de cartas, de cuántos pisos podré armar una torre?

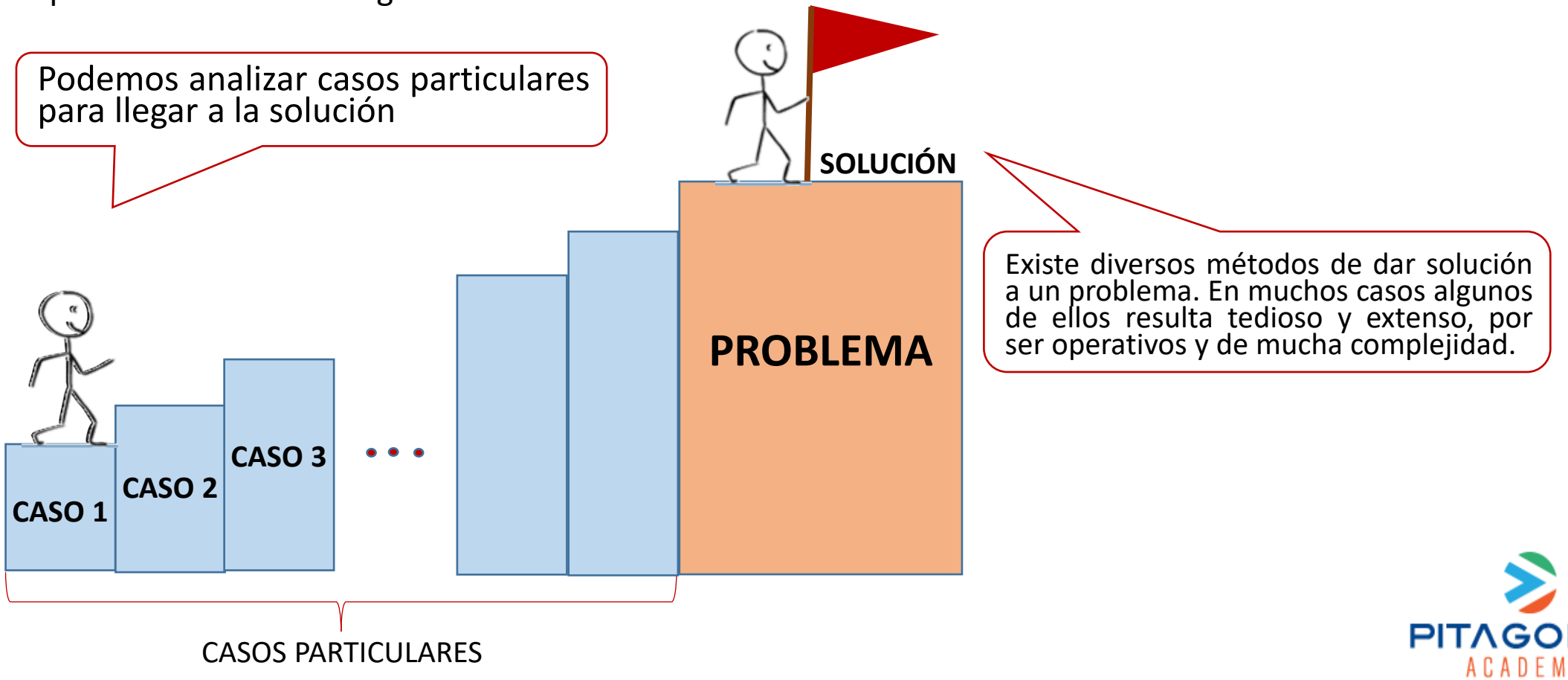


¿Qué estrategia podría seguir de tal manera que pueda saber de manera anticipada la respuesta?

PITAGORAS ACADEMIA

¿EN QUÉ CONSISTE EL RAZONAMIENTO INDCUTIVO?

Consiste en el análisis de casos particulares, a partir del cual llegaremos a una conclusión. Lo representaremos de la siguiente forma:



PITAGORAS ACADEMIA

OBSERVACIÓN

Sobre la elección de CASOS PARTICULARES se sugiere lo siguiente:

- Cada caso particular debe guardar similitud con la expresión o gráfico que se brinda en el problema

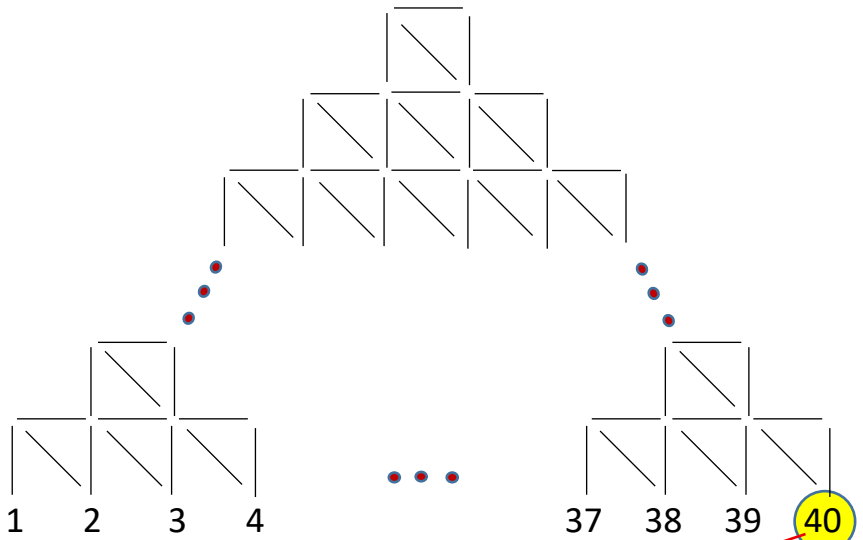
- Se sugiere que sea los que guardan menos complejidad

- Se sugiere analizar por lo menos 3 casos, de esta forma nuestra inducción tendrá mayor posibilidad que sea correcta.

PITAGORAS ACADEMIA

Aplicación 1:

En el siguiente gráfico halle el total de palitos que se puede contar



÷ 2

N° de palitos = 20 x 61 = **1220**

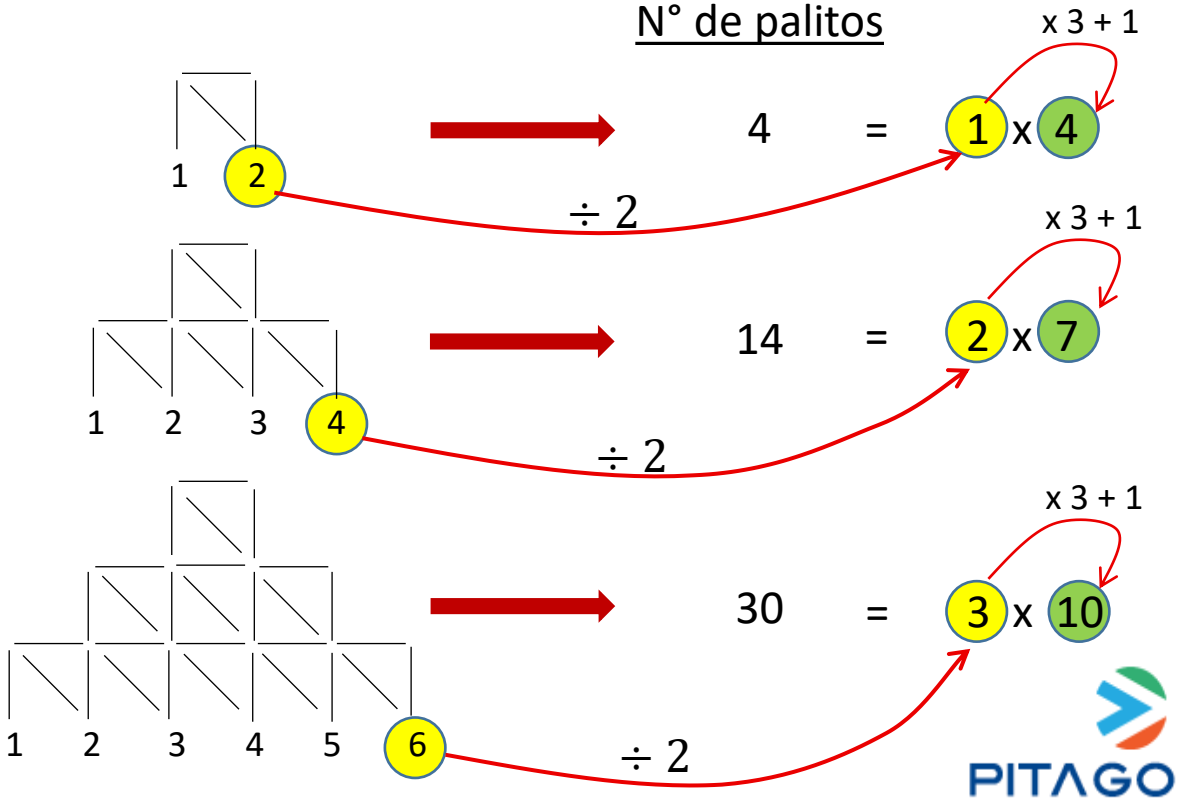
x 3 + 1

Resolución:

Primero debemos identificar los casos particulares

En cada caso particular contaremos la cantidad de palitos.

Ahora relacionaremos la cantidad obtenida con cada caso particular



PITAGORAS ACADEMIA

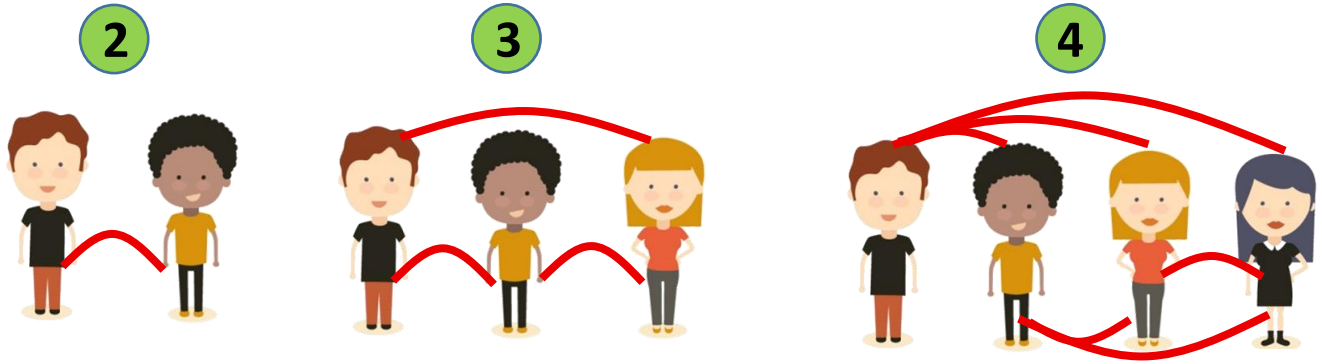
Aplicación 2:

En un aula de clases se encuentran 40 personas, si al inicio de la clase todos se dieron un saludo, ¿Cuántos saludos se produjeron en total?

Resolución:

Primero analicemos como serían los casos particulares para este tipo de enunciado

N° de personas



N° de saludos

1	3	6	780
$\frac{1 \times 2}{2}$	$\frac{2 \times 3}{2}$	$\frac{3 \times 4}{2}$	$\frac{39 \times 40}{2}$

NÚMEROS TRIANGULARES

PITAGORAS ACADEMIA

Aplicación 3:

Luego de efectuar la siguiente operación. Calcule la suma de cifras del valor de M

$$M = (6666666664)^2$$

Resolución:

Efectuar directamente esta operación resultaría algo extenso, podemos simplificar un poco ese proceso analizando casos particulares

$M_1 = \underbrace{64}_{2}{}^2$ = 4096 → Suma de cifras = 19 = 12 x **2** - 5

$M_2 = \underbrace{664}_{3}{}^2$ = 440896 → Suma de cifras = 31 = 12 x **3** - 5

$M_3 = \underbrace{6664}_{4}{}^2$ = 44408896 → Suma de cifras = 43 = 12 x **4** - 5

$M = (\underbrace{6666666664}_{10})^2$ = 44...408...896 → Suma de cifras = 12 x **10** - 5 **= 115**

RAZONAMIENTO INDUCTIVO EN ARREGLO DE LETRAS

La idea es que al unir letras vecinas estas formen palabras, el objetivo será encontrar el total de veces distintas que se puede leer dicha palabra en el arreglo

Averigüemos por ejemplo el total de formas de leer la palabra INGRESO en el siguiente arreglo

7 filas

I
N N
G G G
R R R R
E E E E E
S S S S S S
O O O O O O O

Total de formas = $2^{7-1} = 2^6 = 64$

Los casos particulares serían:

1 fila

I → $1 = 2^0 = 2^{1-1}$

2 filas

I
N N → $2 = 2^1 = 2^{2-1}$

3 filas

I
N N
G G G → $4 = 2^2 = 2^{3-1}$

PITAGORAS ACADEMIA

Aplicación 4:

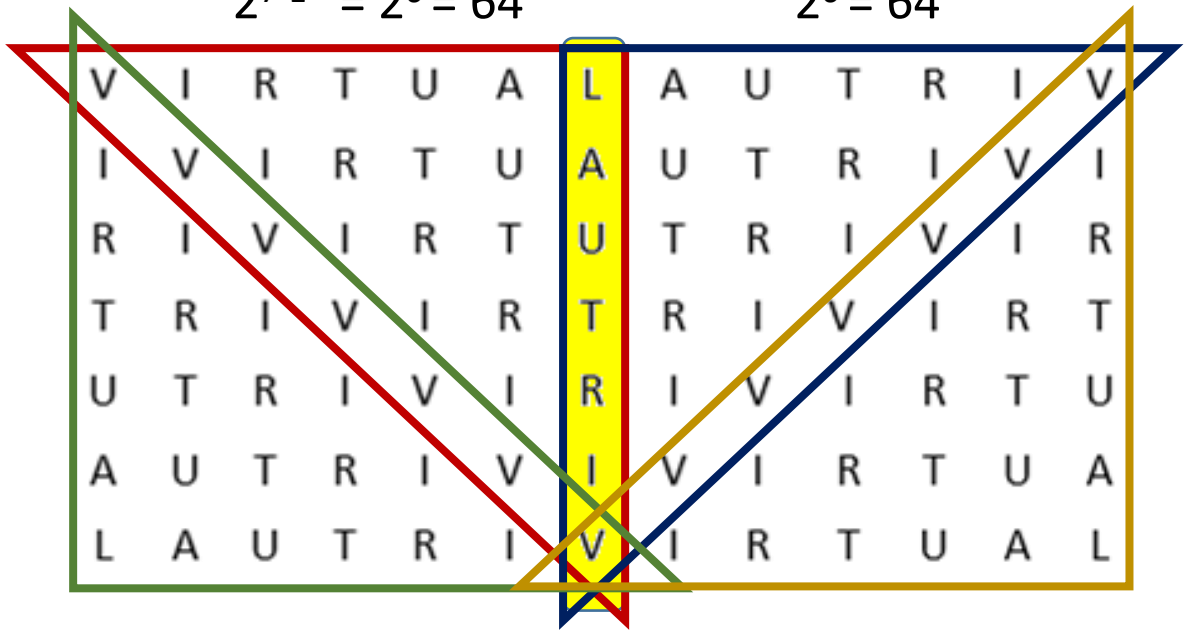
¿De cuántas formas distintas se puede leer la palabra VIRTUAL en el siguiente arreglo?

V	I	R	T	U	A	L	A	U	T	R	I	V
I	V	I	R	T	U	A	U	T	R	I	V	I
R	I	V	I	R	T	U	T	R	I	V	I	R
T	R	I	V	I	R	T	R	I	V	I	R	T
U	T	R	I	V	I	R	I	V	I	R	T	U
A	U	T	R	I	V	I	V	I	R	T	U	A
L	A	U	T	R	I	V	I	R	T	U	A	L

Resolución:

Buscaremos formas similares al caso anterior

$2^{7-1} = 2^6 = 64$ $\qquad$ $2^6 = 64$



Total de formas = 64 x 4 - 1 = **255**

PITAGORAS ACADEMIA

Problema Nº1

Calcule el valor de *n* si la suma de cifras del resultado de operar *E* es 450.

$$E = \underbrace{(333\ldots36)}_{n\ cifras} \times \underbrace{(666\ldots63)}_{n\ cifras}$$

A) 41 B) 80 C) 30
D) 50 E) 10

Resolución:

Piden: el valor de n

Resolvemos como mínimo tres casos particulares

Suma de cifras

- $\underbrace{36}_{2\ cifras} \times \underbrace{63}_{2\ cifras} = 2268$ → 18 = 9(**2**)
- $\underbrace{336}_{3\ cifras} \times \underbrace{663}_{3\ cifras} = 222768$ → 27 = 9(**3**)
- $\underbrace{3336}_{4\ cifras} \times \underbrace{6663}_{4\ cifras} = 22227768$ → 36 = 9(**4**)

luego:

$$E = \underbrace{(333\ldots36)}_{n\ cifras} \times \underbrace{(666\ldots63)}_{n\ cifras}$$ → 450 = 9(**n**)

n = 50

∴ El valor de n es 50

PITAGORAS ACADEMIA

Problema N°2

Halle el valor de *P*.

$$P = \frac{1 \times 3 + 3 \times 3^2 + 5 \times 3^3 + \cdots + 99 \times 3^{50}}{49 \times 3^{51} + 3}$$

A) 0 B) 2 C) 1
D) 50 E) 49

Resolución:

Analizamos tres casos particulares como mínimo

- $\dfrac{1 \times 3^{1}}{0 \times 3^{2} + 3} = \dfrac{3}{3} = 1$
- $\dfrac{1 \times 3 + 3 \times 3^{2}}{1 \times 3^{3} + 3} = \dfrac{30}{30} = 1$
- $\dfrac{1 \times 3 + 3 \times 3^{2} + 5 \times 3^{3}}{2 \times 3^{4} + 3} = \dfrac{165}{165} = 1$

Luego:

$$P = \frac{1 \times 3 + 3 \times 3^2 + 5 \times 3^3 + \cdots + 99 \times 3^{50}}{49 \times 3^{51} + 3} = 1$$

$\therefore$ El valor de P es 1

PITAGORAS ACADEMIA

Problema N° 3

Determine el valor de *M*.

$$M = \overbrace{\frac{1\times 4}{2\times 3}+\frac{2\times 5}{3\times 4}+\frac{3\times 6}{4\times 5}+\frac{4\times 7}{5\times 6}+\cdots}^{100\ términos}$$

A) $\frac{5050}{51}$ B) $\frac{11010}{101}$

C) $\frac{101}{100}$ D) $\frac{10100}{103}$

E) $\frac{103}{102}$

Resolución:

Sean los siguientes casos particulares:

- $\overbrace{\frac{1\times 4}{2\times 3}}^{1\ término} = \frac{2}{3} = \frac{1\times 2}{3}$ (+1, +1)
- $\overbrace{\frac{1\times 4}{2\times 3}+\frac{2\times 5}{3\times 4}}^{2\ términos} = \frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{2\times 3}{4}$
- $\overbrace{\frac{1\times 4}{2\times 3}+\frac{2\times 5}{3\times 4}+\frac{3\times 6}{4\times 5}}^{3\ términos} = \frac{12}{5} = \frac{3\times 4}{5}$

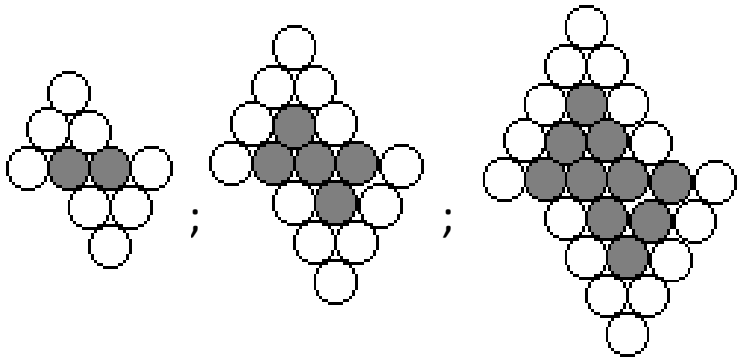
$$M = \overbrace{\frac{1\times 4}{2\times 3}+\frac{2\times 5}{3\times 4}+\frac{3\times 6}{4\times 5}+\frac{4\times 7}{5\times 6}+\cdots}^{100\ términos} = \frac{100\times 101}{102} = \frac{5050}{51}$$

$\therefore$ El valor de M es $\frac{5050}{51}$

PITAGORAS ACADEMIA

Problema N°4

En la siguiente secuencia, determine la diferencia positiva entre el número de esferas sombreadas y el número de esferas no sombreadas con respecto al arreglo número 50 (F50).



F1 F2 F3

A) 2335 B) 2501 C) 2297
D) 2705 E) 2443

Resolución:

Piden: la diferencia positiva entre el número de esferas sombreadas y el número de esferas no sombreadas en (F50)

Analizamos los tres casos del enunciado

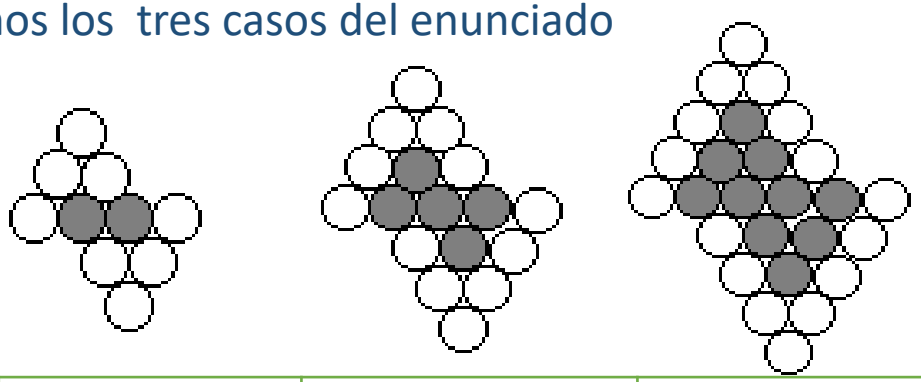


figura	F1 +1	F2 +1	F3 +1	F50 +1
○	8 = 4(**2**)	12 = 4(**3**)	16 = 4(**4**)	4(**51**) = 204
●	$2 = 1^2 + 1$	$5 = 2^2 + 1$	$10 = 3^2 + 1$	$50^2 + 1 = 2501$

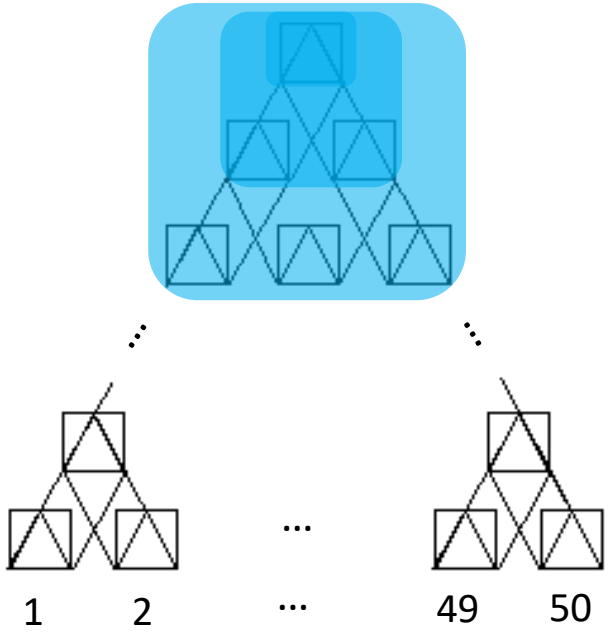
Luego: 2501 -204 = 2297

∴ La diferencia positiva en F50 es 2297

PITAGORAS ACADEMIA

Problema N° 5

¿Cuántos triángulos se cuentan en el siguiente gráfico?

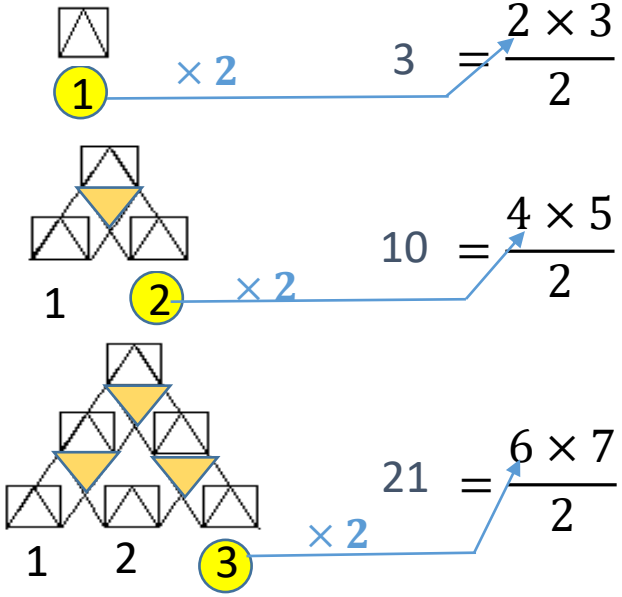


A) 2500 B) 5050 C) 5100
D) 5500 E) 2550

Resolución:

Identificamos los casos particulares

Cantidad de triángulos

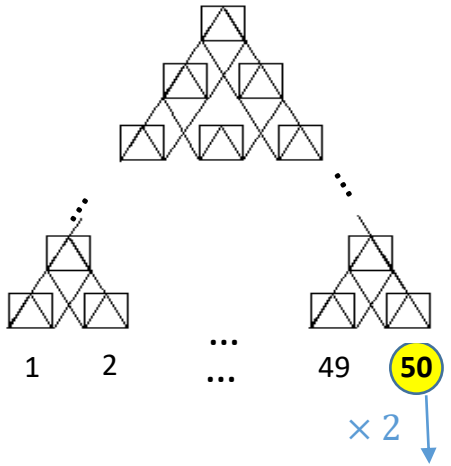


$$3 = \frac{2 \times 3}{2}$$

$$10 = \frac{4 \times 5}{2}$$

$$21 = \frac{6 \times 7}{2}$$

luego:

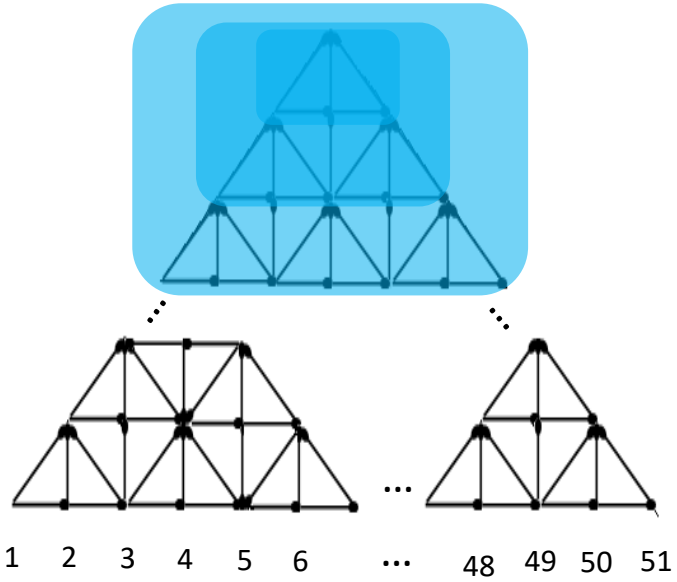


N.º de triángulos = $\frac{100 \times 101}{2}$ = 5050

∴ La cantidad total de triángulos es 5050

Problema N°6

¿Cuántos cerillos se cuentan en el siguiente gráfico?

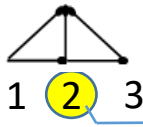


A) 2250 B) 1925 C) 1275
D) 1845 E) 250

Resolución:

Resolvemos tres casos particulares como mínimo

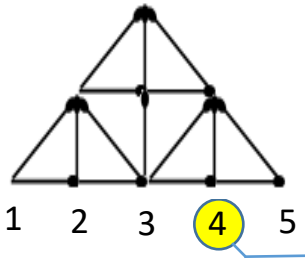
Cantidad de cerillos



$5 = 1 \times 5 = \mathbf{1}[3(\mathbf{1})+2]$

÷ 2

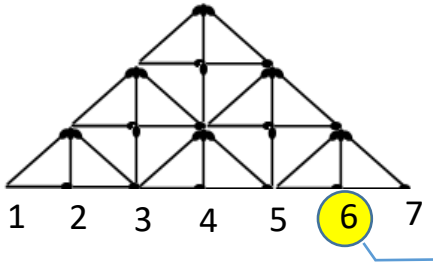
+3



$16 = 2 \times 8 = \mathbf{2}[3(\mathbf{2})+2]$

÷ 2

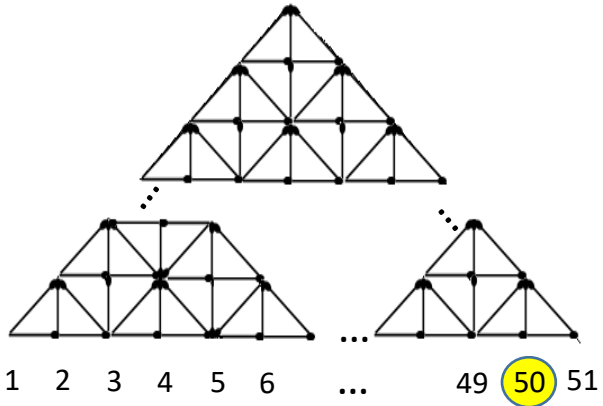
+3



$33 = 3 \times 11 = \mathbf{3}[3(\mathbf{3})+2]$

÷ 2

Luego:



÷ 2

N.º de cerillos = $\mathbf{25}[3(\mathbf{25})+2]=1925$

∴ La cantidad total de cerillos es 1925

PITAGORAS ACADEMIA

Problema N°7

Manuel coloca sobre la mesa todas sus monedas de 10 céntimos, excepto una, formando un hexágono regular compacto de 30 monedas por lado. Luego, la moneda restante la hace rodar tangencialmente alrededor del arreglo hexagonal. ¿Cuántas vueltas debe dar dicha moneda para retornar al punto de partida?

A) 31 B) 59 C) 60
D) 61 E) 62

Resolución:

Resolvemos tres casos particulares como mínimo

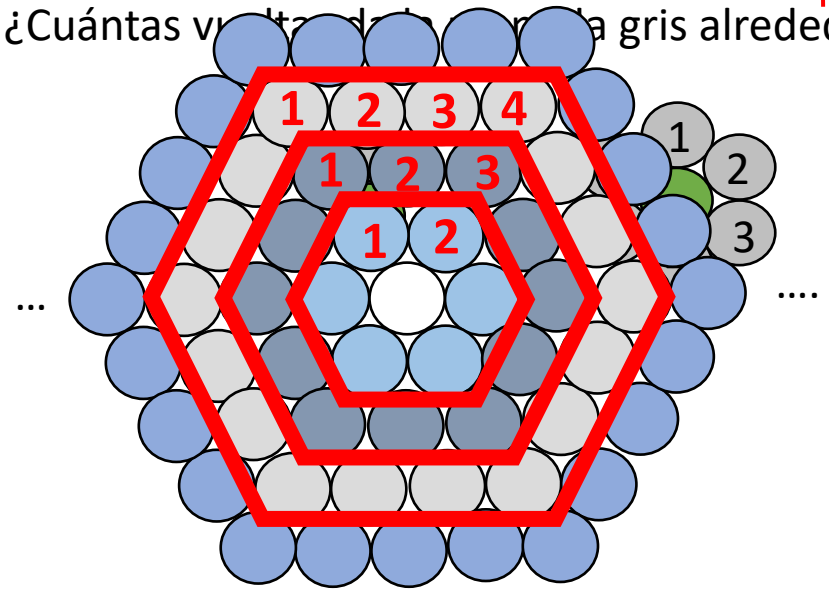
Recordar: N.º de vueltas que puede dar una moneda alrededor $= \frac{1}{3} \times$ N.º máximo de monedas que se puedan colocar tangencialmente

30 monedas

N.º de monedas en el lado **N.º de monedas alrededor**

Ejemplo

¿Cuántas vueltas da la moneda gris alrededor de la moneda verde que está fija?



2	12 =6(2)
3	18 =6(3)
4	24 =6(4)
30	180 =6(**30**)

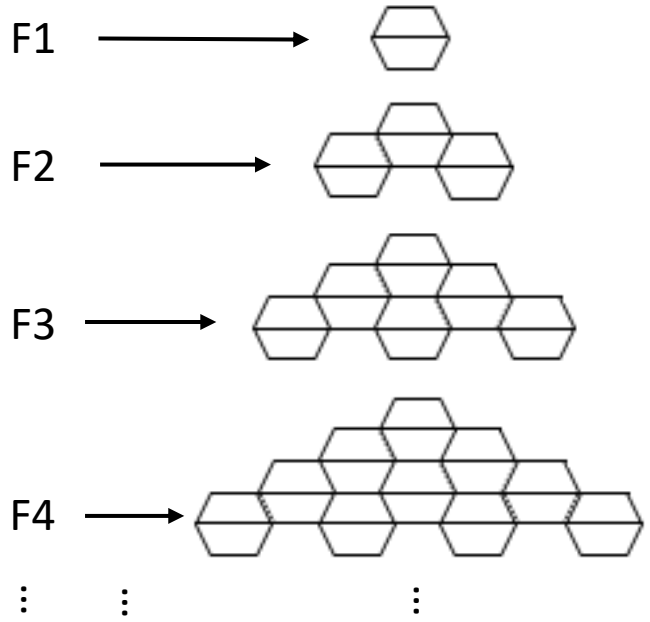
N.º de vueltas $= \frac{1}{3} \times (6) = 2$

Luego: El Nº de vueltas = $\frac{1}{3} \times (180) = 60$

∴ El Nº de vueltas que da la moneda es 60

Problema Nº8

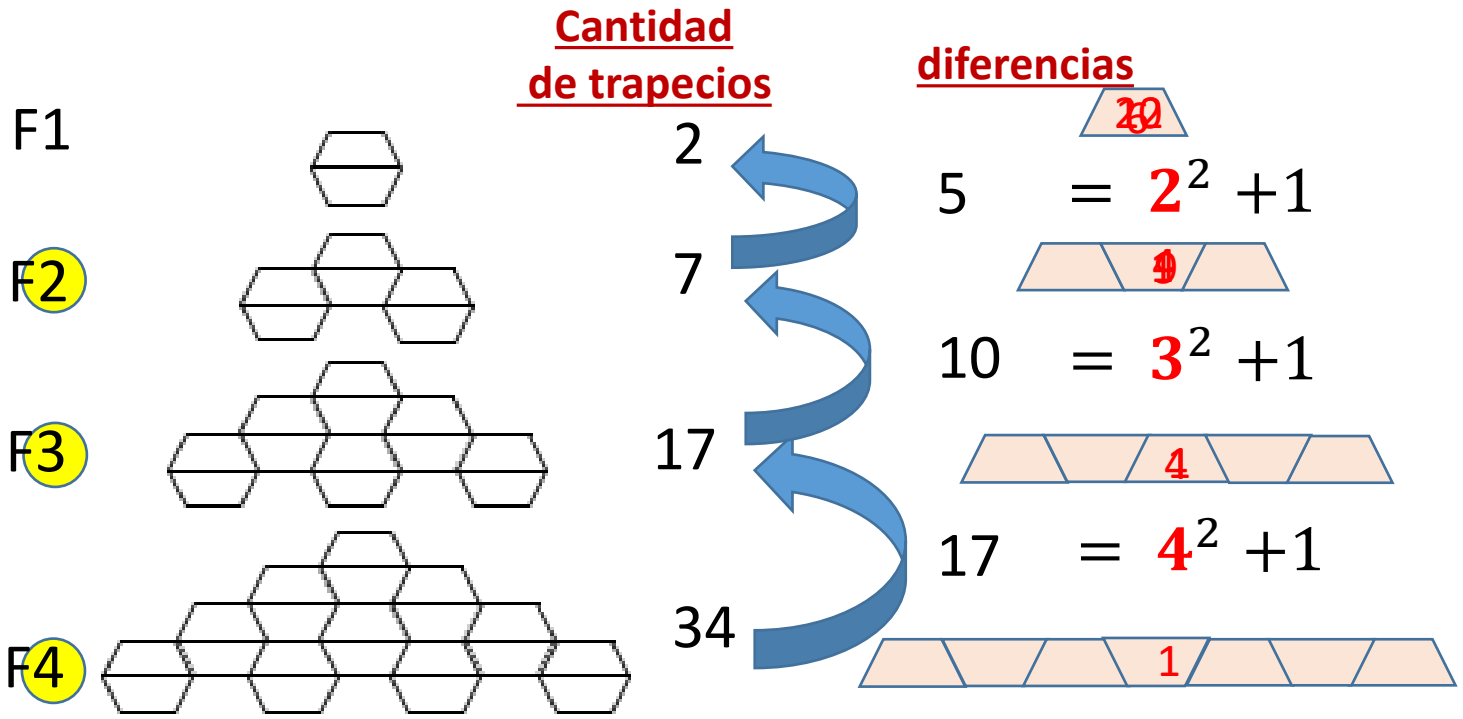
Dada la siguiente secuencia, ¿cuántos trapecios más tiene la figura 1005 que la figura 1004?



A) 1 010 025
B) 1 010 026
C) 990 072
D) 980 076
E) 970 098

Resolución:

Piden: la diferencia de la cantidad de trapecios de la figura 1005 y la figura 1004



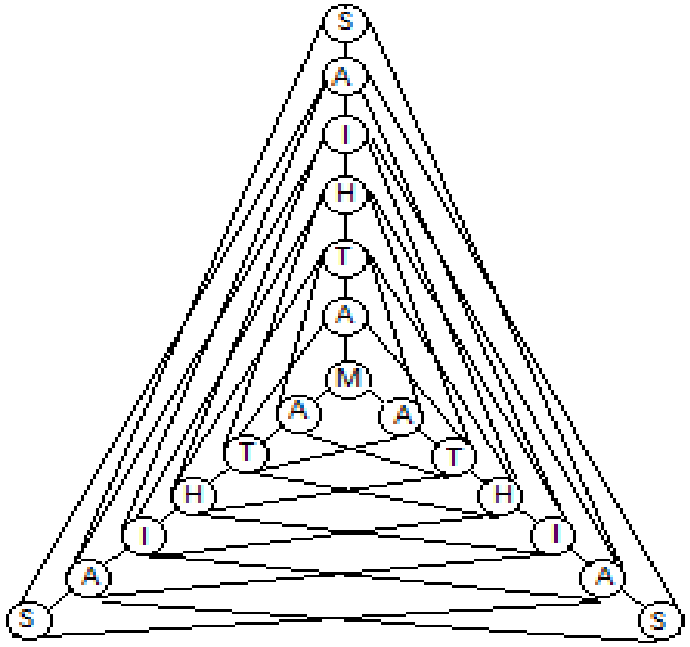
luego:

(Cantidad de trapecios en F1005) − (Cantidad de trapecios en F1004) = $1005^2 + 1 = 1\,010\,026$

∴ La diferencia es 1 010 026

Problema Nº 9

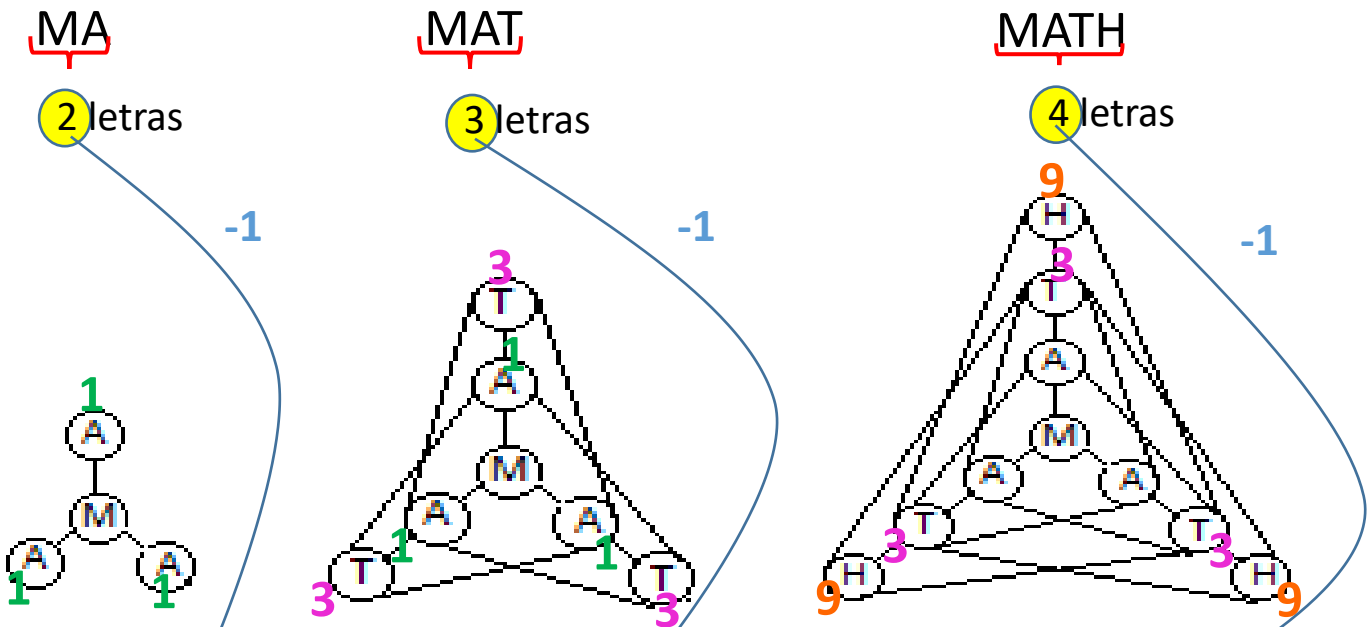
¿De cuántas maneras diferentes se puede leer MATHIAS uniendo letras contiguas conectadas por un segmento?



A) 720 B) 243 C) 244
D) 729 E) 572

Resolución:

Consideraremos los siguientes casos particulares



N.º de maneras: $3 = 3^{1}$ $9 = 3^{2}$ $27 = 3^{3}$

Luego: MATHIAS (7 letras) ⇒ N.º de maneras = $3^{6} = 729$

∴ El N.º de maneras diferentes de leer MATHIAS es 729

Problema Nº 10

En la pizarra están escritos los números 0; 1; 4; 9; 16; ... (20 en total). María escribe todas las parejas posibles que se formarán con estos números.

¿Cuánto suman los mayores números de cada pareja?

A) 36 000 B) 36 100 C) 35 900
D) 33 900 E) 38 600

Resolución:

Los casos particulares lo podemos representar de la siguiente manera

	Parejas que se forman	Suma de los mayores de cada pareja
0 ; 1 2 números	(0;1)	$1 = 1^2 = \left(\frac{1 \times 2}{2}\right)^2$
0 ; 1 ; 4 3 números	(0;1) , (0;4), (1;4)	$9 = 3^2 = \left(\frac{2 \times 3}{2}\right)^2$
0 ;1 ; 4 ; 9 4 números	(0;1) , (0;4), (0;9), (1;4), (1;9), (4;9)	$36 = 6^2 = \left(\frac{3 \times 4}{2}\right)^2$

Luego:

Para 20 números ⇒ Suma = $\left(\frac{19 \times 20}{2}\right)^2$ = 36 100

∴ La suma de los mayores números de cada pareja es 36 100

PITAGORAS
ACADEMIA

QuédateEnCasa

PITAGORAS
ACADEMIA

¡GRACIAS !
PITAGORAS
ACADEMIA